

Aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros mediante la asistencia de objetos virtuales de aprendizaje

Learning the additive and multiplicative set of integers with the assistance of virtual learning objects

*Jameson Leonardo Jiménez Gómez**, *Edgar Javier Carmona Suarez***
*Eliécer Aldana Bermúdez****

* Profesor IE CASD Armenia. Maestría en Ciencias de la Educación, Universidad del Quindío.

** Profesor titular en la Licenciatura en Matemáticas Universidad del Quindío - Colombia. Msc. Ciencias de la Computación, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Doctor en TIC aplicadas a la Educación Universidad Las Palmas de Gran Canaria -España

*** Profesor de planta Universidad del Quindío Colombia. Msc. Administración de la Educación, énfasis en Dirección, Universidad del Valle. Doctor en Educación Matemática, Universidad de Salamanca España.

Resumen

El presente artículo sintetiza una investigación llevada a cabo con estudiantes de grado séptimo de la I.E. CASD de la ciudad de Armenia, sobre el aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros, mediante Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA), y la transformación de las unidades de aprendizaje a los objetos aprendizaje, los cuales sirven como eje motivador para el desarrollo de las clases. Para ello, se parte de un conjunto de estrategias metodológicas propias de la Educación matemática, las cuales abordan el concepto matemático, hasta llegar al aprendizaje del objeto de estudio, a través del trabajo colaborativo que permite la mediación tecnológica como una base para la construcción del conocimiento, desde la interacción del estudiante con la herramienta virtual, lo que se convierte en una estrategia que permite fortalecer el aprendizaje. En este sentido, mediante una adecuación, innovación e implementación de las tecnologías de la información y la comunicación en los objetos de aprendizaje, se espera que los estudiantes adquieran las competencias matemáticas establecidas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN); desde el concepto del sistema aditivo y multiplicativo en el marco teórico de los campos conceptuales de Vergnaud. A partir de la información obtenida, se diseñan los OVA del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros de tal manera que sean de fácil acceso, interoperable y reusable.

Palabras clave: Número, sistema aditivo, sistema multiplicativo, tecnologías de la información y la comunicación, objetos virtuales de aprendizaje, aprendizaje colaborativo.

Abstract

This article summarizes a research conducted with seventh grade students of the E.I. CASD in the city of Armenia (Q), about the learning of the additive and multiplicative system of the integer numbers through Virtual Learning Objects (VLO). Also it shows the transformation of the learning units to the learning objects, which serves as a motivator axis for the development of classes. Recognizing that mathematics education is constantly changing, the starting point is a set of methodological strategies to address the object of study, until reaching the learning of the object of study through a technological mediation, which became a strategy that allows us to reduce learning difficulties. In this sense, an adaptation, innovation and implementation of information technology and communication in the learning objects, students are expected to acquire the math skills established by the Ministry of National Education (MEN); from concept additive and multiplicative system in the theoretical framework of Vergnaud conceptual fields. From the information obtained, are designed OVA additive and multiplicative systems of integers so as to be easily accessible, interoperable and reusable.

Keywords: Number, additive system, multiplicative system, information and communication technologies, learning virtual objects, collaborative learning.

Recibido: 18/02/2015
Revisado: 05/07/2015
Aceptado: 10/12/2015

Correspondencia de autor:
jamyjigo@gmail.com

© 2015 Universidad La Gran Colombia. Este es un artículo de acceso abierto, distribuido bajo los términos de la licencia Creative Commons Attribution License, que permite el uso ilimitado, distribución y reproducción en cualquier medio, siempre que el autor original y la fuente se acrediten.



Cómo citar:

Jimenez, J.L., Carmona, E.J., Aldana, E. (2015) Aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros mediante la asistencia de objetos virtuales de aprendizaje. *UGCiencia* 21,83-90.

Introducción

Los estudiantes muestran dificultad en el aprendizaje de las matemáticas, y una de ellas es el paso de los números naturales a los números enteros. La comprensión y contextualización de los números enteros se hace difícil, porque el estudiante aún resuelve las operaciones como si se tratara de números naturales, por tal motivo la adquisición del concepto de número negativo es de gran importancia, de tal manera que estas dificultades se evidencian en los grados siguientes de la educación secundaria e incluso en la universitaria.

De otra parte, nos encontramos con una sociedad cambiante que involucra las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) que hacen parte de los procesos de enseñanza-aprendizaje en las instituciones educativas de Colombia y del mundo. De alguna forma se hace necesario buscar e implementar otros procesos y escenarios que facilitan el aprendizaje y la generación de conocimientos.

En esta investigación se hace referencia al aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros, a través de la mediación tecnológica; para ello, se tiene en cuenta las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión de estos conceptos matemáticos, tales como la marcada dependencia de la ley de los signos, la falta de comprensión de la sustracción como operación inversa de la suma, y de los diferentes significados del signo menos, entre otras. Por eso la necesidad de plantear una estrategia de aprendizaje mediada por las TIC, en este caso el uso de OVA, como una ayuda sistemática para adquirir el concepto de número negativo, el cual, también se apoyó en actividades pedagógicas, como lo plantea (Bruno, 2000: 119-130). El diseño de los OVA involucrados en el quehacer pedagógico, apoyado en teorías de aprendizaje significativo y constructivista, aportan a la construcción del conocimiento desde entornos virtuales con su objetivo de aprendizaje (Orrubia, 2005).

Este estudio, se realizó con 39 estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa CASD de Armenia, con el objetivo de fortalecer el aprendizaje de sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros a través de OVA teniendo en cuenta las dificultades establecidas con el sondeo preliminar y los conocimientos previos de los estudiantes, se diseñaron cuatro Objetos Virtuales de Aprendizaje dinámicos, interactivos y reusables.

Para saber los alcances y beneficios del uso del uso de las TIC en la educación, primero es necesario reconocer como han incursionado estas a nuestras aulas, de esta manera saber desde cuándo y qué tanto ha influenciado la enseñanza y el aprendizaje de un área específica, como son las matemáticas. Además los alcances que puede brindar el uso de una mediación tecnológica frente al aprendizaje tradicional y los cambios que se han dado en cuanto a lo pedagógico y metodológico con el uso de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y particularmente en el conjunto de los números enteros. Investigaciones como las de García y Ortíz (2010), proponen el uso de un *software* para la enseñanza del concepto de fracción matemática y conducen al surgimiento de la problemática de ¿Cómo mejorar el aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros a través de la mediación de OVA en estudiantes de grado 7.º? Se plantearon los siguientes objetivos.

Fortalecer el aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros mediante el uso de OVA en estudiantes de grado séptimo de la institución educativa CASD de la ciudad de Armenia, mediante una estrategia didáctica a partir de un diagnóstico que involucre el aprendizaje del concepto.

Elaborar un diagnóstico sobre las dificultades de los niños en la conceptualización del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros.

Facilitar el aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros, teniendo en cuenta los antecedentes históricos en el aprendizaje de los mismos, mediante el diseño e implementación de una estrategia didáctica de aprendizaje.

Mejorar el aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros, mediante la asistencia de OVA.

Validar la aplicación del *software* en el aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros en las matemáticas con estudiantes de grado séptimo.

Para indagar sobre el aprendizaje de este concepto matemático, se ha considerado la “Teoría de los Campos Conceptuales” de Gérard Vergnaud (1990), ya que esta teoría permite un marco para el aprendizaje y la didáctica de las matemáticas, donde su principal interés es analizar los acercamientos y distanciamientos entre los conocimientos del saber hacer y el saber expresado de

los niños y los adolescentes. Además esta teoría ha sido elaborada principalmente para trabajar las estructuras aditivas y multiplicativas, tal como lo plantea Vergnaud (1990)

Para los niños en muchos de los casos los conceptos adquieren vida a través las situaciones y de la solución de problemas; que pueden dar lugar a varias circunstancias como son: 1. Cuando el sujeto tiene las competencias para resolver una situación y la conducta esta automatizada con un esquema único; 2. Cuando el sujeto no dispone de todas las competencias, en tal caso debe reflexionar y explorar tentativas, lo que lo conduce al éxito o al fracaso, por tal motivo presenta varios esquemas, separados y combinados.

Vergnaud define un Esquema como “la *situación invariante de la conducta para una clase de situación dada*” (Vergnaud, 1990), en el esquema se representan los elementos cognitivos del sujeto para llegar a la acción operatoria. Lo cual nos permite decir que el comportamiento cognitivo del estudiante se va automatizando progresivamente, por tal motivo el esquema se vuelve fiable para el sujeto, pero se puede decir que en algunos casos les falta aun la efectividad. Por lo tanto un esquema está compuesto por reglas de acción y de anticipación, generando acciones para lograr un objetivo, pero no se reconoce siempre que este compuesto de invariantes operatorios (conceptos-en-acto y conocimientos-en-acto) y de inferencias.

Partiendo de que existen tres tipos lógicos de invariantes operatorios, como son: *invariantes del tipo “proposiciones”*, invariantes del tipo “función proposicional” e invariantes de tipo “argumento”. Entonces se construye el concepto como la tripleta de tres conjuntos (S, I, T), S es el conjunto de las situaciones (la referencia), I es el conjunto de los invariantes (el significado) y T es el conjunto de las formas lingüísticas o no lingüísticas (el significante).

Vergnaud tiene en cuenta desde la variedad de las situaciones en el campo conceptual, como desde la historia donde los conocimientos de los estudiantes son modelados por las situaciones funcionales que encuentran y dominan con el tiempo. Es así como toda situación puede ser reducida a una combinación de relaciones de base, por ejemplo, en las estructuras aditivas, se pueden identificar seis relaciones de base, a partir de las cuales es posible engendrar todos los problemas de adición y

sustracción de la aritmética ordinaria (Vergnaud, 1981).

I. La composición de dos medidas en una tercera.

II. La transformación (cuantificada) de una medida inicial en una medida final.

III. La relación (cuantificada) de comparación entre dos medidas.

IV. La composición de dos transformaciones.

V. La transformación de una relación.

VI. La composición de dos relaciones.

Ahora para llegar al análisis de las estructuras multiplicativas se hace en forma diferente a las aditivas, las relaciones de base más simples no son ternarias sino cuaternarias, ya que los problemas más simples de multiplicación y de división implican la proporción simple de dos variables una en relación con la otra. Lo que genera cuatro clases de problemas elementales y es aquí donde se presentan las dificultades más comunes de la multiplicación y la división según los valores numéricos. Por otro lado la combinación de dos proporciones no plantea los mismos problemas cognitivos si la combinación se hace por encadenamiento de funciones que ligan las variables dos a dos: x proporcional a y, y proporcional a z.

En otro caso una estructura de proporción doble, aunque es muy aplicable a la geometría, la estadística, entre otras, para los estudiantes es conceptualmente más difícil, debido a que utiliza numerosos elementos a la vez, como son seis magnitudes y tres razones a la vez. Estas magnitudes pueden ser números enteros simples, fracciones y decimales. Pero estas dificultades se pueden jerarquizar en tres grandes factores: la estructura del problema, los valores numéricos, y los dominios de experiencia.

Por último los conceptos toman inicialmente su sentido en los problemas de proporción y se desarrollan a través del dominio progresivo de las situaciones, antes de ser tratados como objetos matemáticos.

El presente artículo de investigación gira en torno al aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros a través del uso de OVA, donde se pueden observar dos aspectos fundamentales:

El primero está dedicado a definir el concepto de número negativo y las operaciones del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros, abordando los números enteros desde lo histórico, lo social, las concepciones erróneas, entre otros, hasta llegar al concepto formal de los números negativos, pasando por las diferentes etapas que permiten elaborar con rigor un concepto claro del objeto de estudio (Trejo, 1968).

El segundo componente importante es la aplicación y uso de una mediación tecnológica en el aprendizaje de las matemáticas, y más particular en el aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros a través de la mediación de OVA, aportando el uso de las TIC en la educación matemática

Si bien existen diferentes instrumentos, técnicas y herramientas para la utilización de las TIC como mediación pedagógica, se observa como en los últimos años se viene incrementando el uso de objetos virtuales de aprendizaje (OVA) en la educación, como lo presenta Chiappe (Chiappe, 2009), quien da a conocer que los procesos de diseño de contenidos digitales para la Transposición Didáctica son urgentes en las prácticas cotidianas de la escuela, como una promesa de cambio y llevando a cabo una asimilación de recursos tecnológicos y abriendo las puertas a las TIC. Según la Cisco Systems 1998 (RLO) “un objeto de aprendizaje es una colección reutilizable de entre 5 y 9 objetos informativos reutilizables (RIO) agrupados con el propósito de enseñar, asociado a un objetivo de aprendizaje en particular; el cual debe tener una lección, una teoría, un resumen y una evaluación” (Barrit, Lewis, y Wieseler, 1999).

Otra definición que aporta Chiappe basado en Hogins es: Los OA son una colección de objetos de información ensamblada usando metadatos para corresponder a las necesidades y personalidad del aprendizaje en particular.

De acuerdo a Chiappe un OA debe tener, a) Un objeto de aprendizaje, b) Una unidad de instrucción que enseñe el objetivo, c) Una unidad de evaluación que mida el objetivo.

Metodología

Este estudio se enmarca en una investigación cualitativa, y corresponde a un tipo de investigación-acción-participación. Este diseño definido por Muñoz, como el proceso de reflexión en un área donde se desea mejorar

la práctica personal o profesional (Muñoz, J. 2009: 83); donde se aplica una hipótesis al problema, para luego aplicar una evaluación y comprobar la efectividad de la acción tomada. Por eso, este diseño es importante, ya que crea un interés por reconocer en el aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo una oportunidad de investigación, la cual invita a reflexionar sobre el aprendizaje de las matemáticas, en este caso las de grado 7.º, con mayor interés el objeto de estudio del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros.

La propuesta se desarrolló con 19 mujeres y 20 hombres, para un total de 39 estudiantes, de la institución educativa CASD, en donde la población objetivo se encontró que son de estrato 1 a 3 en un 70 %, lo cual nos da a entender que no todos los estudiantes tienen un acceso a recursos informáticos; están ubicados en el barrio Modelo de Armenia y sus edades entre 11 y 13 años con un porcentaje mínimo de extra-edad de un 5 % y que pertenecen a una escuela de educación mixta.

Con la población definida y con el objeto matemático claro, objeto de la revisión teórica, se trabajó en el diseño y programación de los objetos virtuales de aprendizaje. Para ello se contó con la herramienta CourseLab, la cual dispone de dos versiones, una libre y otra de pago, siendo la primera la que permitió el desarrollo del *software*.

Finalmente, se aplicó a la población objeto los test respectivos y se interactuó con los estudiantes para lograr los resultados que se describen más adelante.

Desarrollo de la investigación

Se inició realizando una prueba diagnóstica a 39 estudiantes de acuerdo al interés en determinar el nivel de comprensión del concepto del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros que tenían los estudiantes al iniciar el año, así de esta manera establecer las dificultades más frecuentes en el uso de los números negativos en las operaciones relacionadas con el aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros.

El problema que se abordó en esta investigación, pretendió establecer la viabilidad en el aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo a través del uso de OVA y su implementación para mejorar los niveles de aprendizaje y las competencias relacionadas con el objeto de estudio en estudiantes de grado 7º de educación básica secundaria. Para cumplir con las metas trazadas se utilizó el método

cualitativo con un diseño de investigación- acción-participación, definido por Muñoz (Muñoz, 2009).

Después de establecidas las dificultades presentadas por los estudiantes en la comprensión del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros, se diseñaron cuatro módulos, usando el *software* libre courselab 2.4, el cual brinda varias herramientas para la construcción dinámica, lúdica y estructurada de las unidades temáticas del objeto de estudio, su desarrollo y posterior evaluación del objeto a través del mismo OVA. Estos cuatro módulos se distribuyen de la siguiente forma: 1) El nivel introductorio con la historia de los números enteros, 2) La representación gráfica de los números enteros, 3) El sistema aditivo de los números enteros y 4) El sistema multiplicativo de los números enteros.

Cada uno de los temas planteados en el plan de unidad de aprendizaje que cumple con los estándares planteados por el Ministerio de Educación Nacional para grado 7.º y está acorde con el currículo establecido por la I.E. CASD donde se llevó a cabo la investigación.

Figura 1. OVA 1 Historia de los números enteros. Sistemas de numeración en la antigüedad, en esta gráfica se abordan algunos de los sistemas de numeración más utilizados por las culturas antiguas hasta el siglo XVIII.



En la figura 2 perteneciente al OVA 2 con su tema representación gráfica de los números enteros en la recta numérica, explica de una manera muy formal los desplazamientos que se pueden dar en la recta numérica, basado en situaciones cotidianas donde se pueden usar los números.

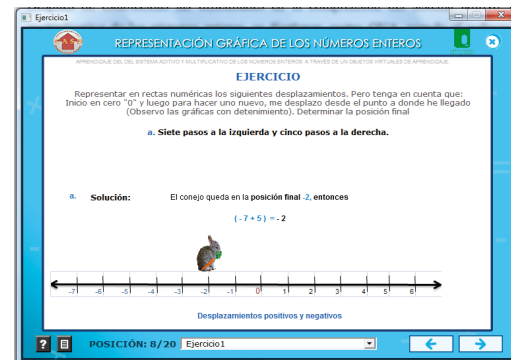


Figura 3. del OVA 2 con la Representación gráfica de los números enteros en el plano cartesiano, se hace alusión a la ubicación de las parejas ordenadas en el plano cartesiano, teniendo en cuenta los cuadrantes y los desplazamientos de acuerdo a los puntos ordenados P(x,y)



Figura 4. Trata del OVA3 o Sistema aditivo de los números enteros, explicando la adición de números enteros con diferente signo, donde se trataron los casos de suma de enteros con igual o diferente signo.

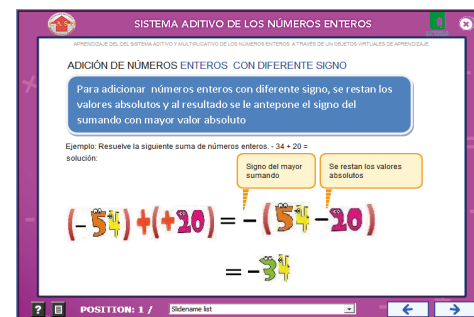


Figura 5. Sistema aditivo de los números enteros, esta gráfica perteneciente al OVA 3 con el tema sustracción de números enteros y enseña que para llegar a la comprensión de de la adición de enteros, también se debe abordar la sustracción de enteros, por tal motivo se explicaron todos los casos que se pueden dar.

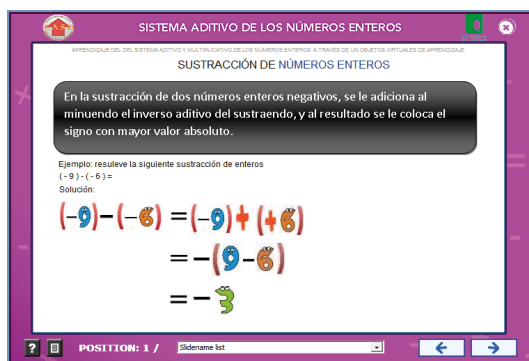


Figura 6. OVA 4 Sistema multiplicativo de los números enteros, multiplicación de enteros con el mismo signo, con diferente signo, aplicando la ley de los signos para llegar al resultado de la operación y explicar de una forma sencilla el problema planteado.

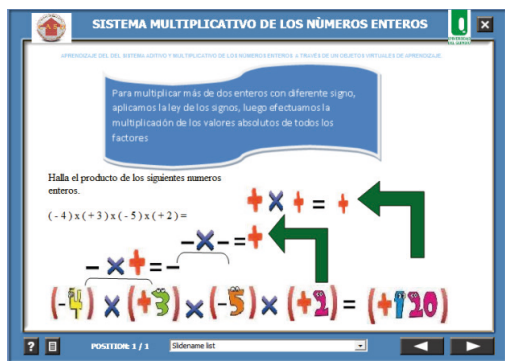
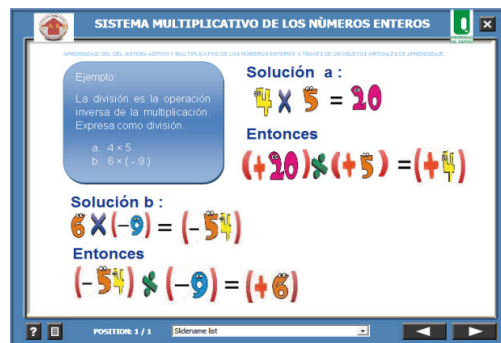


Figura 7. pertenece al OVA 4 Sistema multiplicativo de los números enteros, se trata en esta sección de la división como operación inversa de la multiplicación. Y también se explica el uso de la ley de los signos para determinar el sentido de la división y por último llegar al resultado de la misma.



Se diseñaron instrumentos evaluativos correspondientes a cada uno de los cuatro OVA para validar la eficiencia del *software* y por consiguiente medir los resultados de la investigación. Además de profundizar con ítems de operaciones del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros, como también se realizaron preguntas que indagan sobre los procesos que realiza el estudiante para llegar al resultado en un ejercicio propuesto, conjuntamente otras preguntas que buscan asociar la investigación con las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión de los negativos y su intervención en la solución de problemas del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros. Estas actividades realizadas después de aplicar el *software* sirvieron como refuerzo y retroalimentación del objeto de estudio.

Una vez se elaboraron los OVA, se procedió a dar inicio al investigación en el aula (Acción), se realizó en la sala de sistemas; donde en un comienzo para el manejo del programa los estudiantes fueron asistidos por el docente del área durante 3 encuentros de 1 hora. Se hizo necesario dar a conocer que los padres de familia y/o acudientes de los estudiantes, fueron notificados en reunión de padres al iniciar el año 2013 sobre la investigación que se iba a llevar a cabo son sus hijos, por tal motivo se realizó una carta de autorización para la participación de su acudido en el proyecto, como también se notificó a las directivas de la Institución.

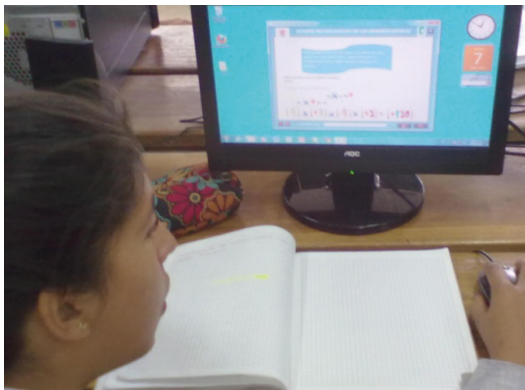
En esta fase cada estudiante recibió su programa de clase en un CD, el cual contiene los cuatro módulos que sirven como herramientas para hacer unas unidades entretenidas, dentro de ellas el objeto de estudio. Ya en la sala de sistemas del colegio se procede a validar la investigación durante 12 encuentros de 1 hora; donde en este momento el docente es un acompañante y observador, dentro del

aula están acompañados por el docente del área, pero no son dirigidos por él, como en lo es una clase tradicional (Participación).

Después visto cada uno de los Módulos virtuales se procede a aplicar las actividades evaluativas programadas, para reforzar, retroalimentar y verificar el aprendizaje, además de recolectar información.

Figura 8. Interacción de los estudiantes con el software.

Posteriormente de validar la experiencia se aplicó el pos-test donde se encontró la información suficiente para evaluar los resultados obtenidos y generar de ahí las reflexiones planteadas en el modelo de cualitativo de diseño investigación acción participación, teniendo en cuenta que para obtener una mayor información en la recolección de datos se llevaron a cabo otras actividades, tales como entrevistas a los estudiantes de 7.º de la Institución.



Resultados

Es posible diseñar OVA que potencien el aprendizaje de las matemáticas de tal manera que sean reutilizables, completos e interactivos.

Los objetos diseñados y probados están al servicio de la comunidad internacional, pues dado que se parte del uso de software libre, los productos de esta investigación también están disponibles en las mismas condiciones.

Se dispone de una estrategia didáctica para el aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros que utiliza los OVA como mediación pedagógica.

Los estudiantes de séptimo grado lograron aprender el concepto de sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros de manera rápida, motivados por el uso de una mediación tecnológica y su versatilidad en el uso de los sistemas computarizados.

El 8 % de los estudiantes que presentaron dificultades en el alcance de los logros propuestos, se vieron favorecidos con el uso del software portable, ya que desde sus casas accedieron a los módulos interactivos y alcanzaron los logros propuestos.

Conclusiones

Con esta investigación se logro que 39 estudiantes de grado séptimo diseñen sus propios objetos de aprendizaje, mediante el uso del celular, cámaras de video y otros dispositivos móviles, que posteriormente pueden ser subidos a internet recurriendo a los medios tecnológicos, de tal manera que se incentiva a generar nuevas estrategias para adquirir el conocimiento y multiplicarlo en el plantel educativo con sus compañeros de otros grados séptimo.

Se reconoce en que el aprendizaje con OVA esta basado en el aprendizaje colaborativo, el cual permite que los estudiantes avancen en la construcción de conocimiento a su tiempo y ritmo de aprendizaje, ya que se puede dar la interacción, con el software y el objeto de estudio en otros espacios y tiempos diferentes a los asignados en el aula de clase.

Referencias bibliográficas

- Bruno, A.** (2000). Algunas investigaciones sobre la enseñanza de los números negativos. *Universidad de la Laguna*, 119-130.
- Bruno, A., & Martínón, A.** (1997). Procedimientos de resolución de problemas con números negativos. *Enseñanza de las ciencias, Universidad de la Laguna*, 249-258.
- Chiappe A.** (2011). *El diseño de objetos de aprendizaje para dispositivos móviles: ¿qué pasa con la Transposición Didáctica?* Manizales: Universidad de Caldas.
- García, V. A., & Ortiz González, J. J.** (2010). Efecto de una mediación tecnológica para el aprendizaje de las fracciones desde la concepción parte todo en estudiantes de cuarto de primaria. *Universidad Distrital Francisco José de Caldas*, 93-103.

Muñoz, J. F., Quintero Corzo, J., & Munévar Molina, R. A. (2009). *Cómo desarrollar competencias investigativas en educación*. Bogotá: Investigar magisterio.

Onrubia, J. (2005). Aprender y enseñar en entornos virtuales. *RED. Revista de Educación a Distancia*, 1-16.

Trejo, C.A. (1968). El concepto de número. *Departamento de asuntos científicos OEA.*, 10-11.